

Lineare Algebra für Physiker, Serie 2

Abgabe am 25.10.2006

Zur OLAT-Registrierung: Bitte machen Sie Folgendes mit ihrem Registrierungsschlüssel, den OLAT Ihnen nach Eingabe Ihrer e-mail-Adresse zugesandt hat:

1. Löschen Sie in `https://` das 's', sodass übrig bleibt `http://`
 2. Löschen Sie die Zeichenfolge **:9101**, sodass die Adresse lautet `...de/olat/dmz...`
 3. Setzen Sie ganz hinten **lang=de**
-

1. Es seien $A \in \mathbb{K}^{m \times n}$, $B, C \in \mathbb{K}^{n \times p}$ und $D \in \mathbb{K}^{p \times q}$ gegeben. **9 P**

(a) Beweisen Sie das Distributivgesetz $A(B + C) = AB + AC$.

(b) Beweisen Sie $(AB)^T = B^T A^T$.

(c) Beweisen Sie das Distributivgesetz $(B + C)D = BD + CD$. Finden Sie, wenn möglich, einen Beweis, der (a) und (b) benutzt und nicht die Matrixelemente.

Hinweis: Berechnen Sie in (a) und (b) die Matrixelemente der beiden Seiten und vergleichen Sie diese.

2. Lösen Sie das folgende lineare 2×2 Gleichungssystem **6 P**

$$(4 + 7i)z_1 + (3 - 5i)z_2 = 22 - 9i$$

$$(5 + 3i)z_1 + (2 + 6i)z_2 = 33 - 7i.$$

Geben Sie jeweils den Real- und Imaginärteil von z_1 bzw. z_2 an.

3. Die folgenden erweiterten Koeffizientenmatrizen liegen in reduzierter Zeilenstufenform vor: **4 P**

$$(a) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{array} \right) \quad (b) \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -6 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (c) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

Lösen Sie die zugehörigen linearen Gleichungssysteme. Geben Sie eine geometrische Interpretation der Lösungsmenge an.

Die folgenden erweiterten Koeffizientenmatrizen liegen in Zeilenstufenform vor

$$(c) \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 8 & -5 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \quad (d) \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 7 & -2 & 0 & -8 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Lösen Sie die zugehörigen linearen Gleichungssysteme. Geben Sie eine geometrische Interpretation der Lösungsmenge an.

(bitte wenden!)

4. Lösen Sie mit Hilfe des Gauß-Jordan-Algorithmus die folgenden linearen Gleichungssysteme **4 P**

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 27 \\ & 4x_2 + x_3 - 3x_4 = -2 \\ & 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 28 \\ & -4x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -31. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & 10y - 4z + w = 1 \\ & x + 4y - z + w = 2 \\ & 3x + 2y + z + 2w = 5 \\ & -x - 14y + 5z - 2w = -3 \\ & x - 6y + 3z = 1. \end{aligned}$$