Dr. Quapp: Statistik für Mathematiker mit SPSS

15. Übung - Poissonverteilung, Exponentialverteilung -

1. In einem Saal mit 10 Maschinen werde die Anzahl ausgefallener Maschinen registriert. Bei 200 Kontrollen ergaben sich folgende Werte:

Anzahl	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Absolute Häufigkeit	41	62	45	22	16	8	4	2	0	0	0

Es wird vermutet, daß die Anzahl eine Poisson-verteilte Zufallsgröße ist, da unter normalen Produktionsbedingungen ein Maschinenschaden ein seltenes Ereignis ist, das auch vom Ausfall einer anderen Maschine unabhängig ist.
Geben Sie eine Schätzung für den Parameter der Poisson-Verteilung an.
Überprüfen Sie, ob die Anzahl der ausgefallenen Maschinen als eine mit dem geschätzten Parameter Poisson-verteilte Zufallsgröße angesehen werden kann.
Hinweis: χ^2 - Test

2. a) Es sei $U \sim U(0,1)$. Zeigen Sie, daß $Y := -ln(1-U)$ und $Y := -ln(U)$ exponentialverteilt sind mit dem Paramter 1.
b) Erzeugen Sie mit dem Resultat aus a) 111 Zufallszahlen in SPSS.
c) Erzeugen Sie mit dem in SPSS programmierten Zufallsgenerator 111 exponentialverteilte Zufallszahlen. Vergleichen Sie die Resultate; insbesondere Modalwert und Median.

3. Es seien $X_i \sim Exp(\lambda)$, $i = 1, 2, ..., n$.
a) Zeigen Sie, daß $\bar{X}$ eine erwartungstreue Schätzung für $1/\lambda$ ist.
b) Zur Schätzung von $P(X_i < 1)$ wählt man die relative Häufigkeit der entsprechenden Ereignisse. Welche Eigenschaften hat diese Schätzung?
c) Zur Schätzung von $P(X_i < 1)$ gibt es weiterhin den Ansatz

$$1 - e^{-1/\bar{X}} .$$

Welche Schätzung ist vorzuziehen?
d) Überprufen Sie mit SPSS die Aussagen aus a), b) und c).