

9. Übung – Kontingenztafel + Likelihood-Schätzer + Zufallszahlen erzeugen

1. Die Verteilungsdichte eines 2-dimensionalen Zufallsvektor (X, Y) ist folgendermaßen definiert:

$P(X = x, Y = y)$	1	2	3
0	0,3	0,2	0,1
1	0,2	0,1	0,1

- a) Denken Sie sich eine Datentabelle in SPSS aus, die dieser Kontingenztafel entspricht. Bestimmen Sie die Randverteilungen von X und Y .
- b) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten von X und Y .
- c) Bestimmen Sie die Verteilung, die Erwartung und die Varianz von $2X + Y$.
2. Erzeugen Sie in Form einer Tabelle zur hypergeometrischen Verteilung $h(r, N, n, R)$ mit $N=13$ und $n=6$ die Wahrscheinlichkeitsdichten $h(r_i, N, n, R_j)$ für r_i aus dem Intervall $[0, 6]$ und R_j aus dem Intervall $[1, 13]$. Deuten Sie Zeilen und Spalten dieser Tabelle als Wahrscheinlichkeitsdichten bzw. als Likelihood-Funktion.
- Überlegen Sie sich Konfidenzintervalle entsprechender Likelihood-Schätzer zum Niveau $\alpha=0.1$.
3. Zur Erzeugung gleichmäßig in $(0, 1)$ -verteilter Zufallszahlen benutzt man häufig lineare Kongruenzen: Zunächst werden Zufallszahlen über der Menge $\{0, 1, 2, \dots, m\}$ gemäß $x_{n+1} = (a x_n) \bmod m$ erzeugt, wobei a eine ganze Zahlen ist. Dann sind $u_n = x_n/m$ Zufallszahlen aus $(0, 1)$. Erzeugen Sie mit dieser Vorschrift 200 Zufallszahlen mit $a = 2^{16} + 3$ und $m = 2^{31}$. Analysieren Sie die Daten durch Vergleich mit Zufallszahlen von SPSS. (Variieren Sie auch a und m !)