Dr. Quapp: Statistik für Mathematiker mit SPSS

8. Übung – Faltung + Grenzwertsatz

1. Erzeugen Sie (je 200 Zeilen) von zwei diskreten Zufallsgrößen $X \sim BINOM(n_x, p)$, und $Y \sim BINOM(n_y, p)$ und bilden Sie damit die neuen Zufallsgröße $W = X + Y$. Überprüfen Sie das bekannte Faltungsverhalten der Binomialverteilung, d.h. berechnen Sie die resultierenden Parameter n_w und p_w.

2. Erzeugen Sie (je 200 Zeilen) von zwei diskreten Zufallsgrößen $X, Y \sim POISSON(\lambda_x)$, $POISSON(\lambda_y)$ und bilden Sie damit die neuen Zufallsgrößen $W = X + Y$. Überprüfen Sie das bekannte Faltungsverhalten der Poissonverteilung, d.h. berechnen Sie den resultierenden Parameter λ_w für ein $w = POISSON(\lambda_w, k)$.

3. Erzeugen Sie (je 200 Zeilen) von zwei Zufallsgrößen $X, Y \sim N(a_x, \sigma_x), N(a_y, \sigma_y)$ und bilden Sie damit neue Zufallsgrößen $W = X+Y$ und $V = X-Y$. Überprüfen Sie das bekannte Faltungsverhalten der Normalverteilung, d.h. berechnen Sie die resultierenden Mittelwerte und Streuungen von W und V.

4. Erzeugen Sie (je 200 Zeilen) von zwei Zufallsgrößen $X \sim CHISQ(df_x)$, und $Y \sim CHISQ(df_y)$ und bilden Sie damit die neuen Zufallsgrößen $W = X + Y$. Überprüfen Sie das bekannte Faltungsverhalten der χ^2-Verteilung, d.h. berechnen Sie den resultierenden Parameter df_w.
   1

---

5. Die Binomialverteilung $BINOM(n,p)$ läßt sich durch die Normalverteilung approximieren, wenn p nicht zu nahe an 0 oder 1 ist, und wenn n hinreichend groß ist (zentraler Grenzwertsatz). Vergleichen Sie mit →Streu-Diagramm die Verteilungsfunktionen von N(0,1) und der entsprechend verschobenen Verteilungsfunktion der Binomialverteilung für p=1/3 und n=10, 30, 100, und 300.
   Hinweis: "verschoben" verwendet, wenn $B \sim BINOM(n,p)$ ist, dann sollte $(B - np)/\sqrt{np(1-p)}$ näherungsweise nach $N(0,1)$ verteilt sein. In SPSS kann damit die Binomialverteilung auf einer ganzzahligen Achsenvariablen x (mit B_n=CDF.BINOM(x,n,1/3)) verschoben werden zu der neuen Achsenvariablen x_n durch $x_n = (x - np)/\sqrt{np(1-p)}$. Mit dieser sind je zwei Verteilungen B_n und $N(0,1)$ gleichzeitig betrachtbar. Die 4 Fälle für x_n sind einzeln zu behandeln.

Führen Sie zu allen Aufgaben auch die entsprechenden theoretischen Rechnungen durch!