

7. Übung – Operationen mit Zufallsvariablen

1. Es sei S die summierte Augenzahl beim Wurf mit 3 Würfeln.
 - a) Bestimmen Sie die Einzelwahrscheinlichkeiten $P(S = k)$ für $k = 3, \dots, 18$. Für welches k ist $P(S = k)$ maximal?
 - b) Erzeugen Sie dieses Experiment mit SPSS, indem Sie drei Variable X, Y und Z aus gleichmäßig verteilten Zufallszahlen erzeugen, und S als Summe dieser Zufallszahlen darstellen. Prüfen Sie das Resultat durch ein Balkendiagramm.
 - c) Mit B bezeichnen wir das Ereignis, daß bei einem Wurf alle Augenzahlen unterschiedlich sind. Bestimmen Sie $P(B)$ und bestimmen Sie $P(X = k|B)$ für $k = 3, 4, \dots, 18$.
2.
 - a) Für welche Werte a ist $f(x) = a/(e^x + e^{-x})$ eine Dichte? Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F zu dieser Dichte!
 - b) Es sei $U \sim U(0, 1)$. Bestimmen Sie die Dichte und Verteilungsfunktion von $Y := F^{-1}(U)$, wobei F die Verteilungsfunktion aus a) ist (Inversionsmethode).
 - c) Bestimmen Sie mir SPSS Modalwert, Median, und Quartile von F . Benutzen Sie dazu 200 Werte von $U \sim U(0, 1)$.
3. Berechnen Sie 200 Werte der Zufallsvariablen X mit Gleichverteilung $U(0, 10)$. Berechnen Sie die neue Zufallsvariable

$$Y = X^3 .$$

- b) Analysieren Sie die Verteilung von Y . Bestimmen Sie theoretisch und in SPSS approximativ die Wahrscheinlichkeit $P(a < Y < 2a)$, z.B. für $a = 10$. Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von Y !