

7 Serie — Aufgaben zur Statistik

Aufgabe 1.

Die Restlebenszeit X einer Person sei eine Zufallsgröße. Es sei bekannt, dass

$$P(X \geq t) = 1 - \left(\frac{t}{100}\right)^a, \quad 0 < t < 100.$$

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F , die Dichte f und den Erwartungswert von X .
- Konstruieren Sie mit Hilfe der Momentenmethode eine Schätzung für a .
- Zeigen Sie, dass die Ungleichung $a < E\hat{a}$ gilt.
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Inversionsmethode einen Algorithmus zur Erzeugung von Zufallszahlen zur Verteilung F .
- Bestimmen Sie mit *SPSS* und *R* die Verteilung der Schätzung

$$\hat{a} := \frac{1}{\frac{100}{\bar{X}} - 1}$$

für a auf Grund einer Stichprobe vom Umfang $n = 100$.

Aufgabe 2.

Erzeugen Sie 1000 Zufallszahlen x zur Verteilung $Bin(n; p)$ mit $n = 100$ und $p = 1/3$.

- Bestimmen Sie daraus das Histogramm, das arithmetische Mittel, den Median und die Varianz.
- Berechnen Sie die neue Variable $y = (x - np)/\sqrt{np(1-p)}$. Vergleichen Sie die Verteilung dieser Variablen mit der Normalverteilung $N(0, 1)$.

Aufgabe 3.

- Bestimmen Sie mit *SPSS* und *R* 1000 Zufallszahlen x zur Verteilung $U(0, 10)$. Berechnen Sie eine neue Variable $y = x^3$. Analysieren Sie die Dichte von y . Insbesondere bestimmen Sie eine Approximation für die Wahrscheinlichkeit $P(10 < Y < 20)$.
- Berechnen Sie die Dichte von $Y = X^3$, wenn $X \sim U(0, 10)$.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(10 < Y < 20)$ die Erwartung und die Varianz von Y .