

## Übungsaufgaben Analysis - 11. Serie

1. Man bestimme das Taylorpolynom  $n$ -ten Grades der Funktion  $f$  an der Stelle  $x_0$  für

(a)  $f(x) = (x - 1)(x - 2) + e^{-x} \cos x, \quad n = 3, \quad x_0 = 0$

(b)  $f(x) = \sqrt{x} \quad n = 2, \quad x_0 = 1$

In beiden Fällen gebe man eine Fehlerabschätzung (also eine Abschätzung des Restgliedes) für  $|x - x_0| \leq \frac{1}{4}$  an.

2. Für alle  $n \in \mathbb{N}$  bestimme man das Taylorpolynom  $n$ -ten Grades der Funktion

$$f(x) = \log(1 + x)$$

an der Stelle  $x_0 = 0$ .

Weiterhin weise man nach, dass für alle  $x \in (-1, +1)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} T_n(x) = f(x)$$

gilt, und leite daraus eine Reihendarstellung für die Funktion  $f$  ab.

3. Man führe eine Kurvendiskussion für die Funktion

$$f(x) = \frac{(x + 1)^3}{(x - 1)^2}$$

durch. Dazu bestimme man

- den maximalen Definitionsbereich,
- sämtliche Nullstellen,
- Monotonieintervalle und lokale Extrema,
- Konvexitäts- bzw. Konkavitätsintervalle und Wendepunkte
- sowie das asymptotische Verhalten  
(z.B. die einseitigen Grenzwerte von  $f$  an "Lücken" im Definitionsbereich und die Grenzwerte für  $x \rightarrow \pm\infty$ ).

Ausgehend von diesen Informationen skizziere man den Kurvenverlauf.

**Abgabe:** Dienstag, 8. Juli 2003 (vor der Vorlesung)