Übungsaufgaben Analysis - 8. Serie

1. Nur unter Verwendung der ϵ–δ–*Definition* des Grenzwertes zeige man:

   $$(a)\quad \lim_{x\to 3} \frac{x^2+2x-15}{x-3} = 8 \qquad\qquad (b)\quad \lim_{x\to -\infty} (x^3 - x - 7) = -\infty$$

2. Man ermittle, ob die folgenden Grenzwerte existieren, und berechne sie gegebenfalls (unter Benutzung bekannter Grenzwerte und Rechenregeln).

   $$(a)\quad \lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x-3}{x-2} \qquad\qquad (b)\quad \lim_{x\to 0} x\cot 2x$$

   $$(c)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{x^5+ax+b}{2x^4-1}\quad (a,b\in\mathbb{R}) \qquad\qquad (c)\quad \lim_{t\to\infty} \frac{\cosh t}{t^2+e^t}$$

3. Man zeige, dass die Winkelfunktionen $\sin, \cos, \tan, \cot$ in jedem Punkt ihres jeweiligen Definitionsbereiches stetig sind. Dabei gehe man von den bereits bekannten Grenzwerten

   $$\lim_{x\to 0} \sin x = 0 \quad \text{und} \quad \lim_{x\to 0} \cos x = 1$$

   aus, verwende Additionstheoreme (z.B. aus der 7. Serie, Aufg. 3.(a)) sowie Rechenregeln für Grenzwerte.

4. Man entscheide, ob die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig ist. (Begründung!)

   $$f(x) = \begin{cases} x\sin\frac{1}{x} & \text{falls} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{falls} \quad x = 0 \end{cases}$$

Abgabe: Dienstag, 17. Juni 2003 (vor der Vorlesung)