Übungsaufgaben Analysis - 3. Serie

1. Unter Verwendung der Rechenregeln für Grenzwerte und unter Benutzung bekannter Grenzwerte berechne man $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ für

$$
\begin{array}{ll}
(a) & a_n = \dfrac{1001n}{n^3+5} \\
(b) & a_n = \dfrac{2\,n^3-5}{\sqrt{n}\,(n^2+6)} \\
(c) & a_n = \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{2}{n^2} + \cdots + \dfrac{n-1}{n^2} \\
(d) & a_n = \dfrac{19\cdot 4^n + 7\cdot 5^{n+1}}{5^n - 2\cdot 4^n} \\
(e) & a_n = (1+\dfrac{1}{2n})^{6n+7} \\
(f) & a_n = \sqrt[n]{5n^8+c} \quad (c>0 \text{ beliebig reell})
\end{array}
$$

2. Man untersuche die nachstehenden Folgen auf Konvergenz bzw. Divergenz und berechne gegebenenfalls $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

$$
\begin{array}{ll}
(a) & x_n = \dfrac{2+n\cdot(-1)^n}{2^n+1} \\
(b) & x_n = (1+\dfrac{1}{n^2})^n \\
(c) & x_n = \begin{cases} 6+\frac{5}{n+4} & \text{, falls } n \text{ gerade} \\ \frac{3n(2n+1)}{n^2-12} & \text{, falls } n \text{ ungerade .} \end{cases}
\end{array}
$$

3. Man zeige, dass die rekursiv definierte Folge (a_n),

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \sqrt{12+a_n} \quad (n\in\mathbb{N}),$$

monoton wachsend und beschränkt ist, und berechne ihren Grenzwert.

Abgabe: Dienstag, 6. Mai 2003, vor der Vorlesung