Übungsaufgaben Analysis - 1. Serie

1. Ausgehend von den Axiomen der reellen Zahlen beweise man die folgenden Rechenregeln in $\mathbb{R}$.

   (a) Aus $a < b$ und $c < d$ folgt $a + c < b + d$.

   (b) Aus $0 < a < b$ und $0 < c < d$ folgt $a \cdot c < b \cdot d$.

2. Mittels vollständiger Induktion beweise man:

   (a) Die Summe der ersten n ungeraden natürlichen Zahlen ist gleich n^2.

   (b) Für beliebige natürliche Zahlen $k, n \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq k \leq n$ gilt

   $$\sum_{j=k}^{n} \binom{j}{k} = \binom{n+1}{k+1}.$$

3. Man beweise die folgende Verallgemeinerung der Bernoullischen Ungleichung:
   Für alle $n \in \mathbb{N}$ und beliebige reelle Zahlen $x_1, \ldots, x_n \geq 0$ gilt

   $$\prod_{i=1}^{n} (1 + x_i) \geq 1 + \sum_{i=1}^{n} x_i .$$

4. Man bestimme die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen in $\mathbb{R}$.

   (a) $|3x - 4| < |x + 1|$

   (b) $|x + 3| + |3 - x| \leq 10$

   (c) $|(x + 1)(3 - x)| \geq 3$

Abgabe: Donnerstag, 17. April 2003, vor der Vorlesung

Hinweis zur Einteilung in die Übungsgruppen:
Es sind 7 Gruppen vorgesehen, die in der Reihenfolge wie im Stundenplan mit 0,1,...,6 nummeriert werden. Zur Bestimmung Ihrer Übungsgruppe verwenden Sie bitte folgende Formel (Teilbarkeit mit Rest):
Nummer Ihrer Übungsgruppe:= Ihre Matrikelnummer modulo 7