Prof. Dr. P. Kunkel
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität Leipzig

SS 2022

Übungen zur Vorlesung

Numerik 1

(41) Die sich durch Polynom-Interpolation in äquidistanten Knoten $t_i = t_0 + ih$, $i = 0, \ldots, n$, $h > 0$, und Auswerten der Ableitung $\dot{p}$ des Interpolationspolynoms $p \in \Pi_n$ an der Stelle t_n ergebende Näherungsformel für $\dot{f}(t_n)$ heißt rückwärtsgenommene Differenzenformel mit n Schritten (auf englisch: n-step backward difference formula, letzteres abgekürzt mit BDF). Man bestimme die zu $n = 2$ gehörige Formel. (3 Punkte)

(42) Zur Bestimmung der Ableitung der durch den Pseudocode

$$a = t^2; \quad b = 1 + \sqrt{t}; \quad a = a/b; \quad f = t\sin(at);$$

gegebenen Funktion f an der Stelle $t = 1$ implementiere man die Näherungsformeln

$$\dot{f}(t) \approx \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

bzw.

$$\dot{f}(t) \approx \frac{f(t+h) - f(t-h)}{2h}$$

und werte diese für $h = (\frac{1}{2})^i$, $i = 0, \ldots, 32$, aus. Man vergleiche die erhaltenen Werte mit dem durch symbolische Differentiation gewonnenen Wert. Wie verhalten sich die Fehler? (4 Punkte)

(43) Man zeige, daß die Newton/Cotes-Formeln symmetrisch sind. (3 Punkte)

(44) Man diskretisiere

$$I(f) = \int_a^b f(t)\, dt$$

mittels kubischer Hermite-Interpolation (vgl. Aufgabe 32) und bestimme die zugehörige Quadraturformel. (4 Punkte)

Abgabe am Donnerstag, 23.06.2022, 15:15 Uhr, in der Vorlesung